



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

A. 1. Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\lambda x + 4y + 12z = 0$$

$$2x + y + 4z = \lambda$$

$$\lambda x + y + 6z = 0$$

a) (1 punto) Determine los valores de λ para los que el sistema de ecuaciones tiene solución única.

b) (1,5 puntos) Resuelva el sistema, si es posible, cuando $\lambda = 4$ y cuando $\lambda = 0$.

A. 2. a) (1,25 puntos) Estudie la posición relativa de los planos:

$$\pi: 2x + 3y - z = 1$$

$$\pi': \begin{cases} x = \lambda + \mu \\ y = 1 - \mu \\ z = -1 + 2\lambda + \mu \end{cases}$$

b) (1,25 puntos) Encuentre la recta que pasa por el punto $P = (0, 1, 1)$ y es perpendicular al plano π' . Escriba la ecuación de la recta como intersección de dos planos.

A. 3. Sea la función:

$$f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2 + 4x + 3}$$

a) (0,5 puntos) Determine su dominio de definición.

b) (1 punto) Encuentre las asíntotas que tenga esa función.

c) (1 punto) Considere ahora la función:

$$g(x) = \frac{(x+2)^2}{x+3}$$

Encuentre sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos relativos, si existen.

A. 4. a) (1,25 puntos) Calcule:

$$\int_2^3 \frac{1}{2x^2 - 4x + 2} dx$$

b) (1,25 puntos) Determine el límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2 \ln(x) + [\ln(x)]^2}{x[1 + \ln(x)]}$$

OPCIÓN B

B. 1. Sean A y B las dos matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 3 & a \end{pmatrix}$$

a) (1 punto) ¿Para qué valores de a existe la inversa de AB ? ¿Y la de BA ?

b) (1,5 puntos) Encuentre la inversa de la matriz:

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Compruebe que cuando la matriz encontrada se multiplica por la izquierda por C , se obtiene la identidad.

B. 2. Dadas las rectas:

$$r : \frac{x-1}{k} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}, \quad \text{con } k \neq 0$$

$$s : \begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

a) (2 puntos) Estudie las posiciones relativas de las rectas según los diferentes valores de k .

b) (0,5 puntos) ¿Existen valores de k para los que las rectas son perpendiculares?

B. 3. a) Considere las funciones:

$$f(x) = x^2 + 1 \quad \text{y} \quad g(x) = 3 - x.$$

(0,5 puntos) Determine los puntos de corte de esas dos funciones.

(1 punto) Determine el área encerrada entre esas dos funciones.

b) (1 punto) Determine, si existen, los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión de la función:

$$h(x) = x^6 + 2.$$

B. 4. a) (1,25 puntos) Usando el cambio de variable $t = e^x$, calcule:

$$\int \frac{e^x}{1 - e^{-x}} dx$$

b) (1,25 puntos) Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{\sqrt{x}}$$

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

OPCIÓN A

A. 1. a) (1 punto) La calificación debe tener en cuenta los razonamientos usados.

b) (1,5 puntos) La resolución del sistema para $\lambda = 0$ se calificará hasta 0,5 puntos y el estudio del sistema para $\lambda = 4$ (es incompatible) se calificará hasta 1 punto.

A. 2. a) (1,25 puntos) La determinación de que los planos se cortan se calificará hasta 1,25 puntos.

b) (1,25 puntos) Si la ecuación de la recta no se proporciona como intersección de dos planos se calificará con un máximo de 0,75 puntos.

A. 3. a) (0,5 puntos) Dominio: 0,5 puntos.

b) (1 punto) La puntuación máxima se otorgará si se estudian todos los tipos de asíntotas. En los casos en que no existan, se deberá decir explícitamente.

c) (1 punto) La determinación de los intervalos de crecimiento y decrecimiento se calificará hasta 0,5 puntos y la de los extremos relativos también hasta 0,5 puntos.

A. 4. a) (1,25 puntos) Los pasos para el cálculo de la integral deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.

b) (1,25 puntos) Los pasos para el cálculo del límite deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta. Si se realiza un mismo proceso varias veces no debe exigirse una reiteración de los argumentos o explicaciones todas las veces.

OPCIÓN B

B. 1. a) (1 punto) Cada uno de los dos casos debe calificarse hasta 0,5 puntos.

b) (1,5 puntos) Si se calcula la matriz inversa por el método de Gauss-Jordan, el proceso es más largo que si se calcula mediante determinantes y los errores numéricos pueden ser más habituales. En ese caso deberá valorarse más el proceso que los cálculos, siempre que éstos tengan sentido. La comprobación de que es inversa a izquierda se calificará hasta 0,25 puntos.

B. 2. a) (2 puntos) La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles.

b) (0,5 puntos) Estudio de la perpendicularidad: 0,5 puntos.

B. 3. a) (1,5 puntos) Puntos de corte: 0,5 puntos. Cálculo del área: 1 punto. Los pasos para el cálculo del área debe estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.

b) (1 punto) La calificación debe tener en cuenta que se sabe como distinguir entre extremos relativos y puntos de inflexión.

B. 4. a) (1,25 puntos) Si sólo se efectúa el cambio de variable pero no se termina la integral, se otorgará un máximo de 0,5 puntos. Los pasos para el cálculo de la integral deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.

b) (1,25 puntos) Los pasos para el cálculo del límite deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.